

教養の物理 問題集2014

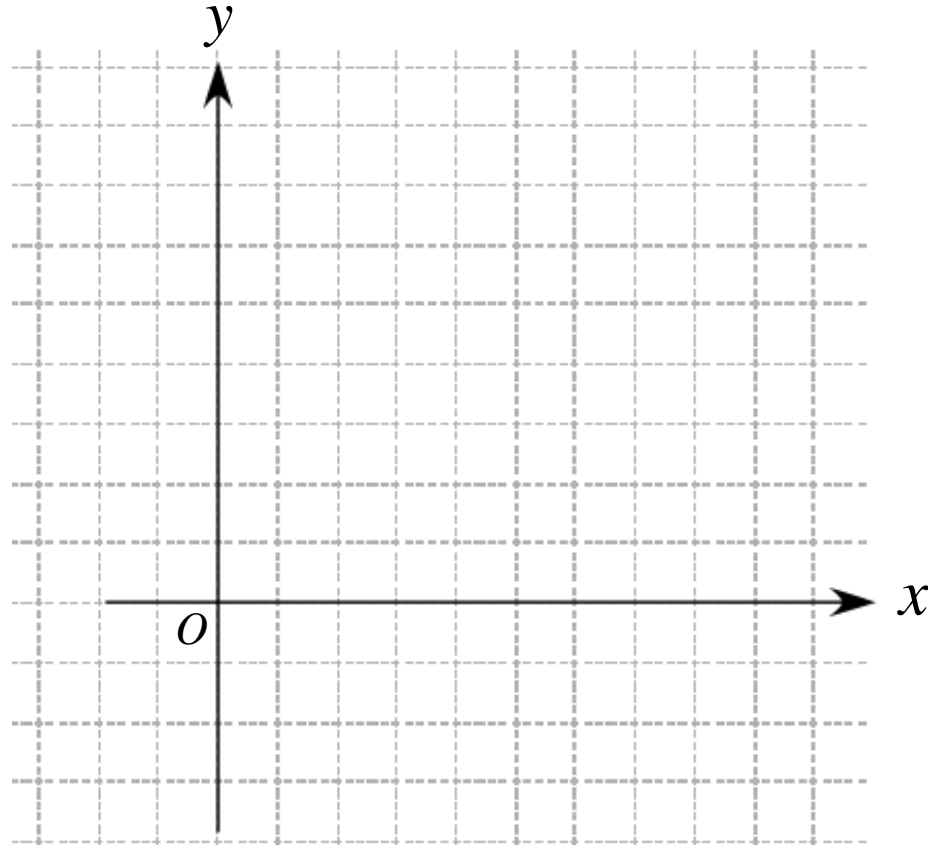
～力学～

例題-01

ある歩行者が東に7km及び北に4km歩く。

合成変位を作図し、大きさを求めよ。

(1目盛は1km)



例題-02

x 軸に沿って運動する質点 $t_1 = 1 \text{ [s]}$ のとき $x_1 = 14 \text{ [m]}$ の位置にあり、
 $t_2 = 3 \text{ [s]}$ のとき $x_2 = 4 \text{ [m]}$ の位置にある。

この時間における変位と平均速度を求めよ。

例題-03

x 軸に沿って運動する質点が $v = 5 + 10t \text{ [m/s]}$ に従って運動する。
この質点は $t = 0 \text{ [s]}$ における位置は 20 [m] である。

1. 加速度を時間 t の関数として表せ。
2. $t = 0$ における質点の速度を求めよ。
3. 位置を t の関数として表せ。

例題-04

等速度運動と等加速度運動の変位と加速度を定義式から導け。
(但し、初期条件は $t = 0$ で $x = 0$ とする。)

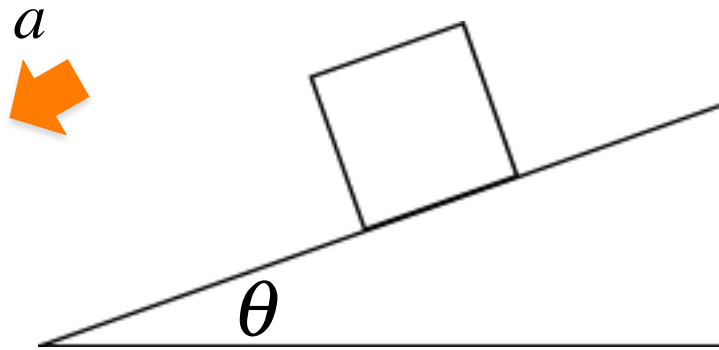
等速度運動 : $v = v_0$

等加速度運動 : $v = v_0 + at$

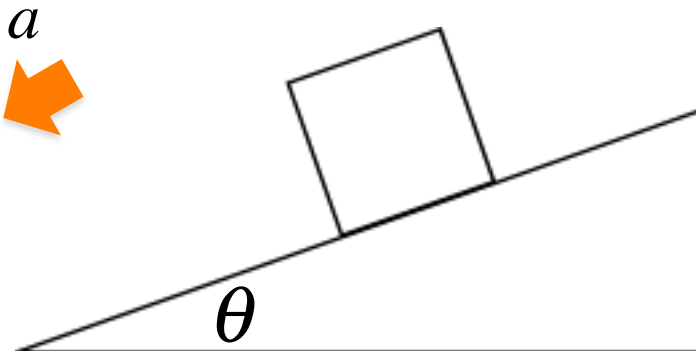
例題-05

それぞれの状態に置いて図に作用する力を書き込み、運動方程式を書け。

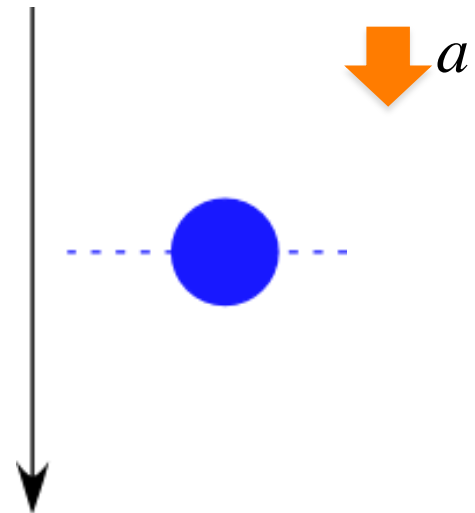
1. 質量 m の物体が斜面を滑り降りる (摩擦なし)



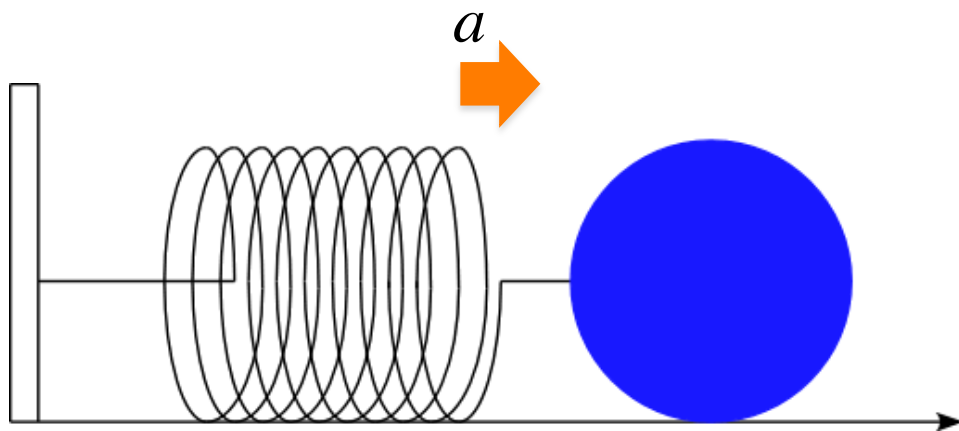
2. 質量 m の物体が斜面を滑り降りる (摩擦力 f あり)



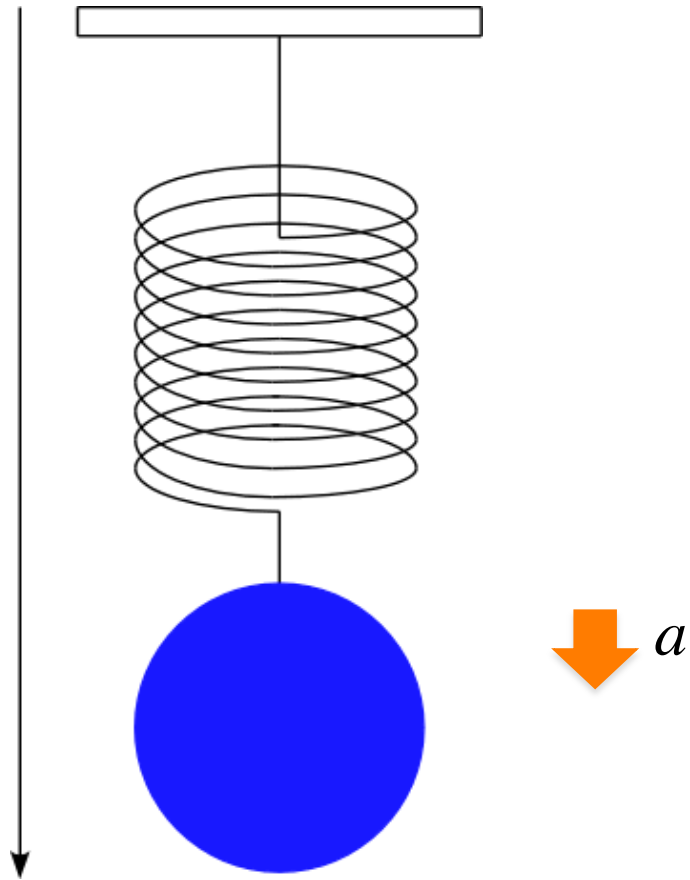
3. 質量 m 雨滴が落下する (空気の抵抗力の大きさは k_v)



4. バネに質量 m の物体がついている (バネの復元力は f_s とし、床との摩擦なしとする)



5. バネに質量 m の物体がついている (バネの復元力は f_s とする)



例題-06

質量 m の質点が時間に依存する力 $F = kt^2$ を受けて運動している。

以下の問いに答えよ。

但し、 $k > 0$, 定数とし、運動は一直線上の運動であるとする。

1. $t = 0$ から $t = t$ までの間の速度増加量 Δv を求めよ。
2. $t = 0$ から $t = t$ までの間の質点の移動距離 Δx を求めよ。
(初速度を v_0 として用いてよい。)

例題-07

摩擦がある斜面を質量 m の物体がすべり降りる運動の運動を考える。以下の問に答えよ。

但し、動摩擦力は $f = \mu_k N$ として用いてよいとする。

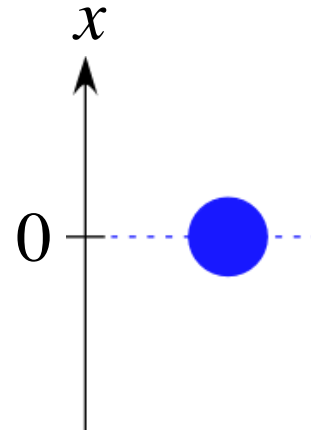
- (1) 物体に作用する力を図に書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を記述せよ。
- (3) この運動の加速度 a を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。

例題-08

質量 m の物体を自由落下させる。

以下の問に答えよ。

但し、重力加速度は g とする。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

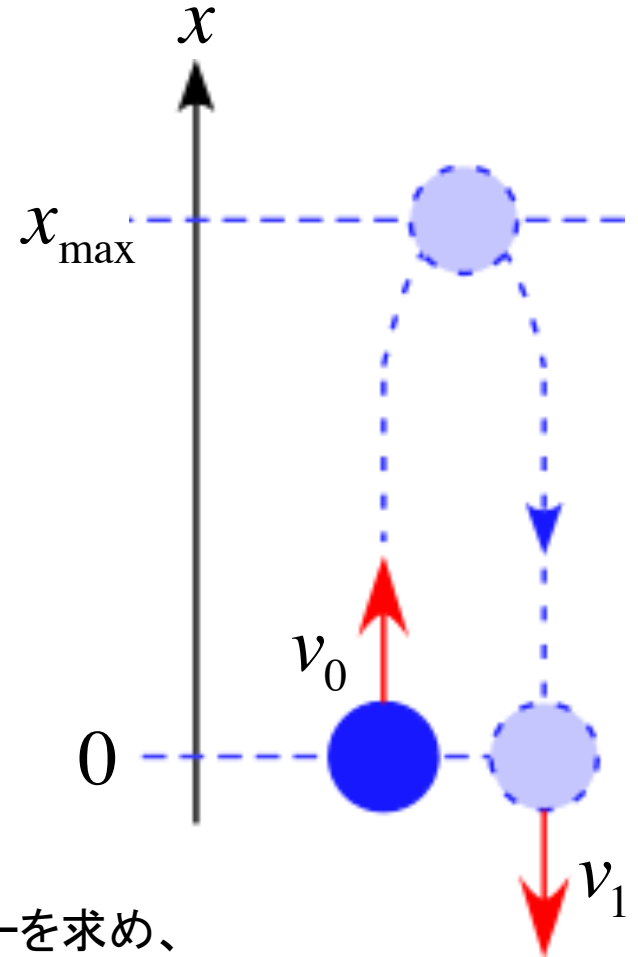
(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式から導け。

例題-09

質量 m の物体を鉛直方向に初速度 v_0 で投げ上げる運動

1. この運動の運動方程式を記述せよ
2. 運動方程式から速度 $v(t)$ を導け
3. 運動方程式から変位 $x(t)$ を導け
4. 最高点に達する時刻 $t_{\max}$ を求めよ
5. 最高点の位置 $x_{\max}$ を求めよ
6. 再び戻ってきた時の速度 v_1 を求めよ
7. ある時刻 t での運動エネルギーと位置エネルギーを求め、その和が時間に寄らず一定であることを示せ



例題-10

質量 m の雨滴が落下する。

このとき、空気抵抗が働くものとし、その空気の抵抗力の大きさは kv とする。

以下の問に答えよ。

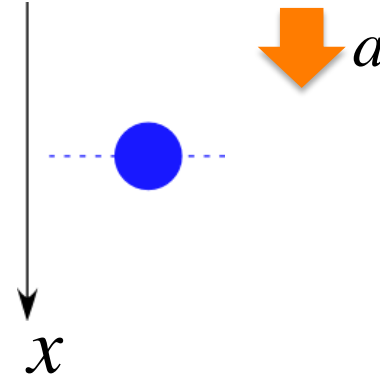
- (1) 物体に作用する力を書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を記述せよ。

運動方程式を解くと、速度 $v(t)$ は

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

となる。

- (3) $v-t$ グラフを書け。
- (4) 十分時間が経過した状態の速度を記述せよ。



例題-11

水平と θ の角をなす斜面上に帆のついたそりを置き、そりが斜面に沿ってすべり落ちる運動を考える。

そりの質量を M , 動摩擦係数を μ , 重力加速度を g , とする。

そりには帆が張ってあり、そりの速さに比例した抵抗力がはたらくとする。

比例定数を k , として、以下の問いに答えよ

1. そりの速度が $v(t)$ になったときのそりの加速度を $a(t)$ として、運動方程式を書け。
2. この運動の $v-t$ グラフを書け。
3. そりが等速運動するようになったときの速度を求めよ。

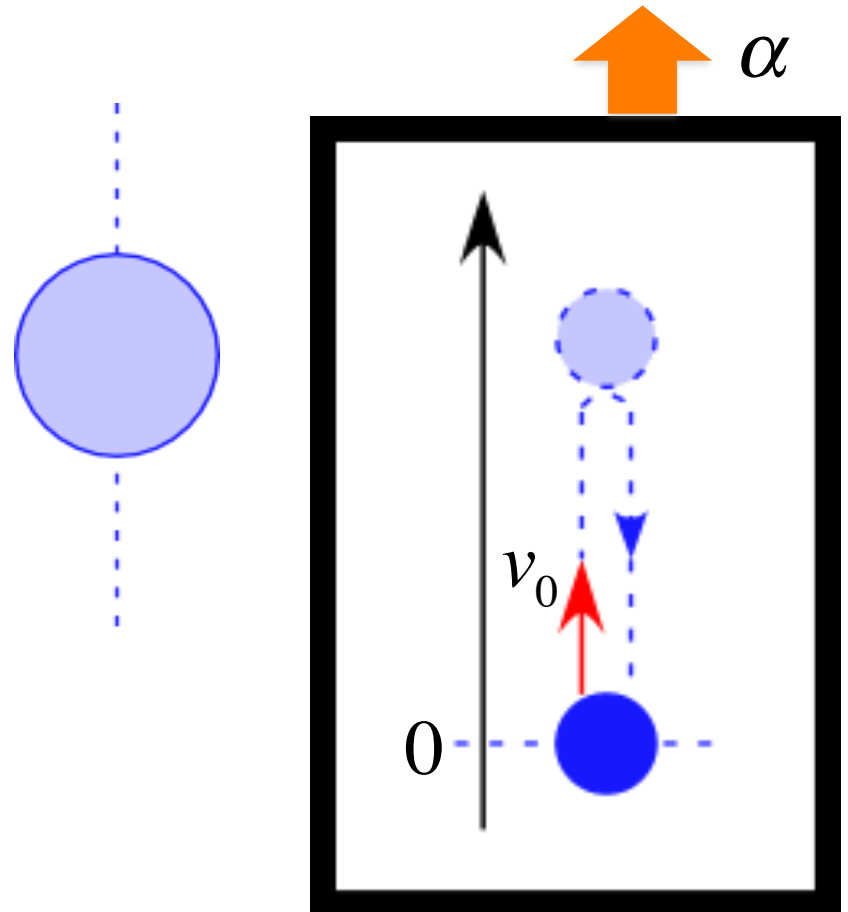
例題-12

一定の加速度 α で上昇するエレベータがある。

このエレベータ内で質点を原点から初速度 v_0 で鉛直方向に投げ上げたところ、 t_0 秒後に再び原点に戻ってきた。以下の問に答えよ。

(但し、重力加速度は g として用いること)

1. 質点に作用する力を記入せよ。
2. この運動の運動方程式を書け。
3. エレベータの加速度を求めよ。

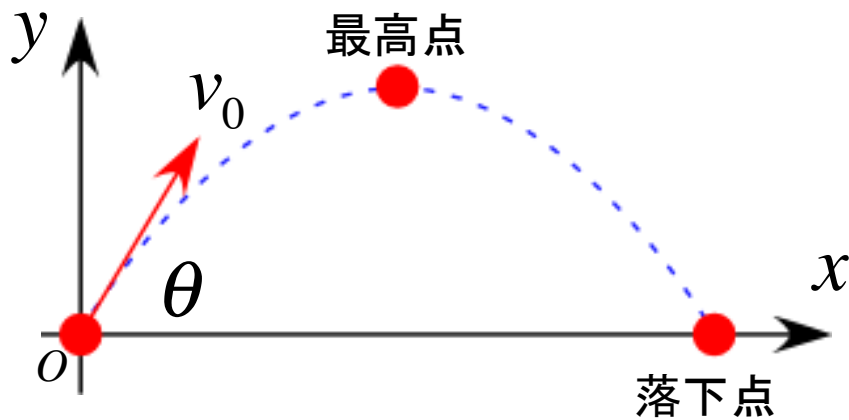


例題-13

質量 m の物体を斜めに投げる運動を考える
初速度 v_0 、水平面との角度 θ で投げたとする。

以下の問に答えよ。

(但し、重力加速度は g として用いること)

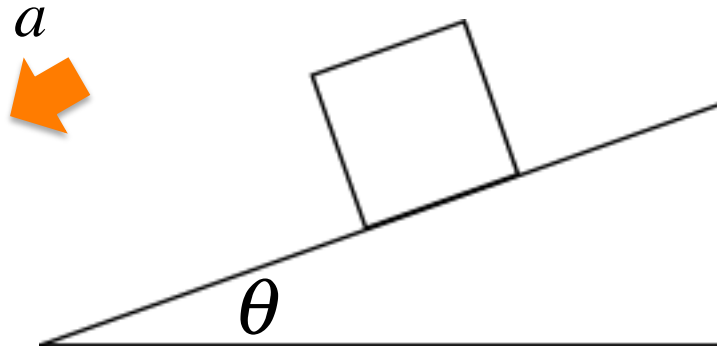


- (1) 初速度を x, y 成分に分解し、図に書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を x, y 方向それぞれ記述せよ。
- (3) 運動方程式から速度 $v_x(t), v_y(t)$ を計算せよ。
- (4) 運動方程式から変位 $x(t), y(t)$ を計算せよ。

- (5) 落下点に達する時刻 t_1 を求めよ。
- (6) 落下点の位置 x を求めよ。
- (7) 最高点に達する時刻 t_2 を求めよ。
- (8) 最高点の座標 を求めよ。
- (9) 飛距離最大となるための角度 θ_0 を求めよ。

例題-14

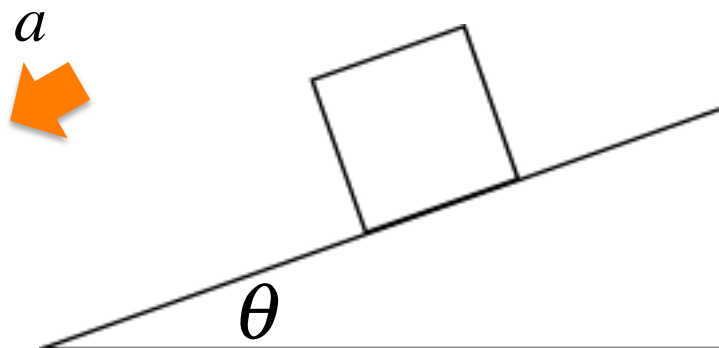
質量 m の物体が斜面を滑り降りる。(初速度は無いものとする)
斜面との摩擦がない場合について以下の問に答えよ。



- (1) 物体に作用する力を書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を記述せよ。
- (3) 時間 t 後に物体が斜面を移動した距離を求めよ。

斜面との摩擦力 f がある場合について以下の問に答えよ。

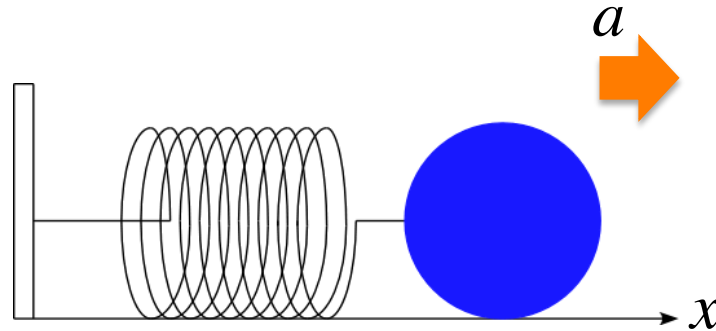
(動摩擦力 $f = \mu_k N$ として用いよ)



- (4) 物体に作用する力を書き込め。
- (5) この運動の運動方程式を記述せよ。
- (6) この運動は等加速度運動であることを示せ。

例題-15

バネに質量 m の物体がついている。
バネ定数は k とし、床との摩擦なしとする。
以下の問に答えよ。



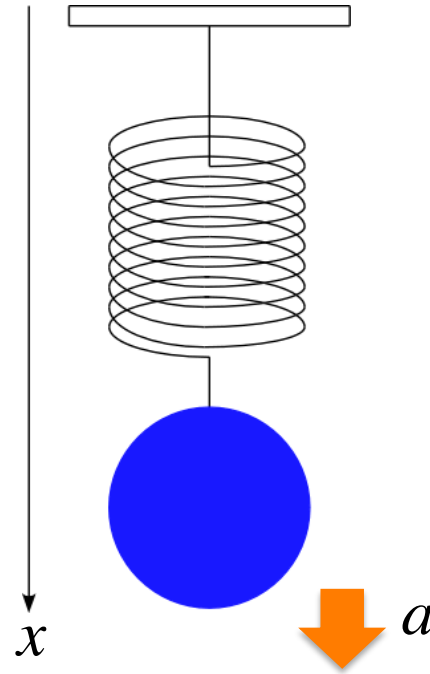
- (1) 物体に作用する力を書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を記述せよ。
- (3) バネを  だけ縮めたときの弾性力による仕事を計算せよ。
- (4) バネの運動においてエネルギー保存則が成立していることを示せ。

続いて、同じバネを上から吊るした。

(5) 物体に作用する力を書き込め。

(6) この運動の運動方程式を記述せよ。

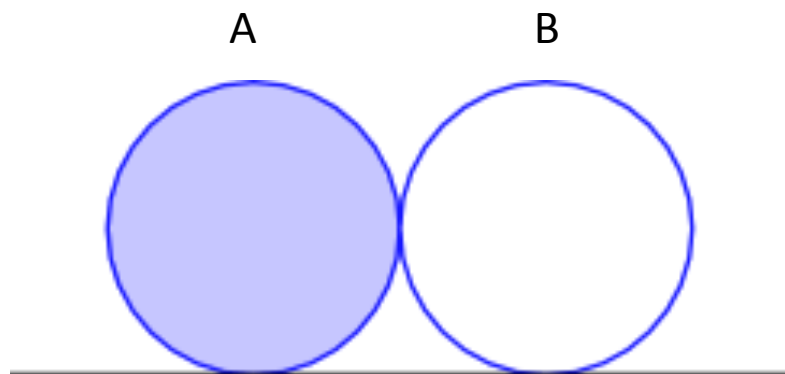
(7) この運動においてエネルギー保存則が成立していることを示せ。



例題-16

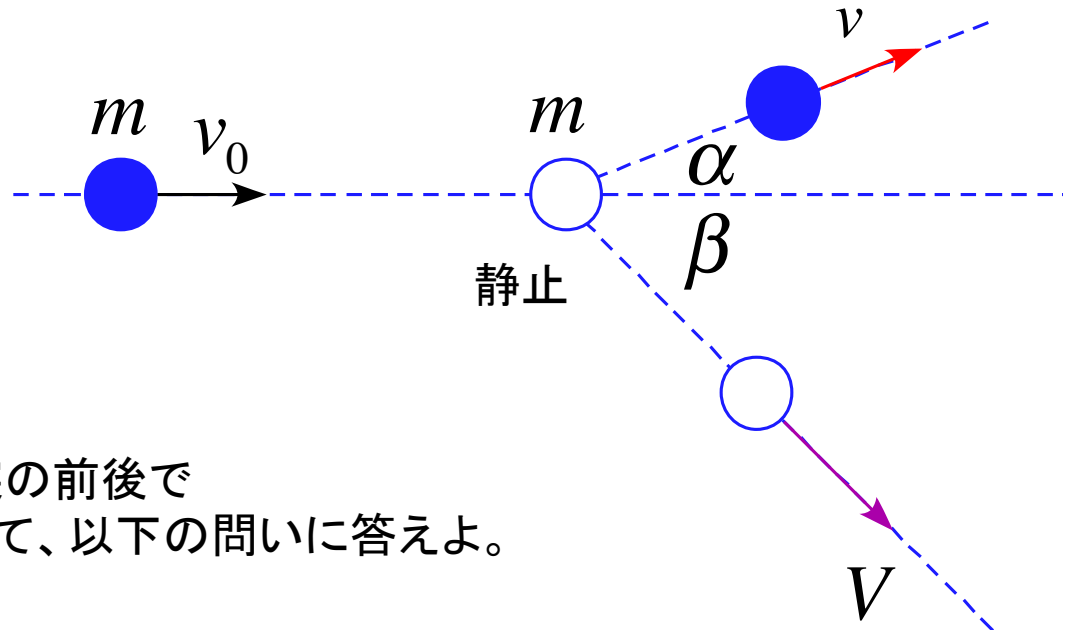
2球の正面衝突を考える。

1. 衝突した瞬間の力を図に書き込め。
2. この運動で運動量が保存していることを示せ。



例題-17

斜衝突において、質量が同じであるとする。



衝突は弾性衝突であり、衝突の前後でエネルギーは不変であるとして、以下の問いに答えよ。

1. 図の角 $\alpha + \beta$ を求めよ。

2. 速度比 $\frac{v}{V}$ を β を使って表せ。

例題-18

滑らかな水平面上で、後方に単位時間あたり m_0 の物質を噴出しながら運動する物体がある

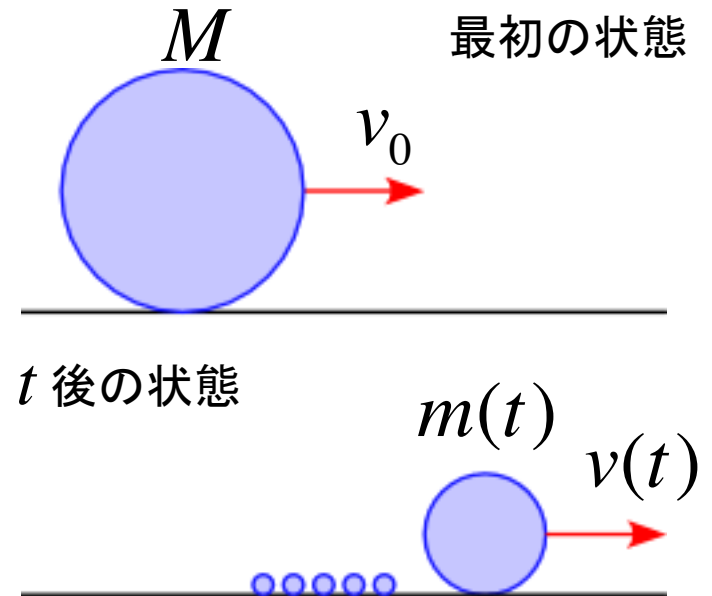
物体の初期質量を M 、初速度を v_0 とする

噴出物質の速度は常に 0 になるように噴出されるものとする

1. 時間 t 後の質量 $m(t)$ を記述せよ

2. 時間 t 後の速度 $v(t)$ を求めよ

3. 時間 t 後の移動距離 $x(t)$ を求めよ

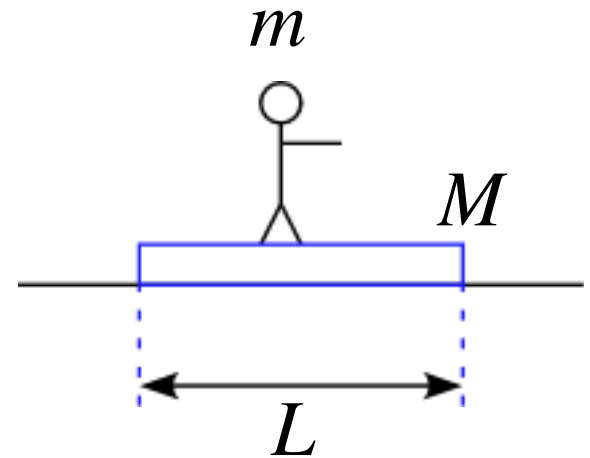


例題-19

滑らかな水平面上に質量 M 、長さ L の板がある。
この板の上を質量 m の人が端から端まで歩くとする。

1. この運動に作用する力を図に書き込め。
但し、板が人から受ける水平方向の力を F とする。
2. この運動で人と板の運動方程式を書け。
但し、板の変位 $x_1(t)$ 、人の加速度 $x_2(t)$ とする。

3. 初速度 $v_0 = 0$ のとき、板の移動距離を求めよ。



例題-20

床の上に線密度 ρ の鎖が置いてある。

この鎖の端を持って鉛直に引き上げる運動を考える。

重力加速度を g として以下の問いに答えよ。

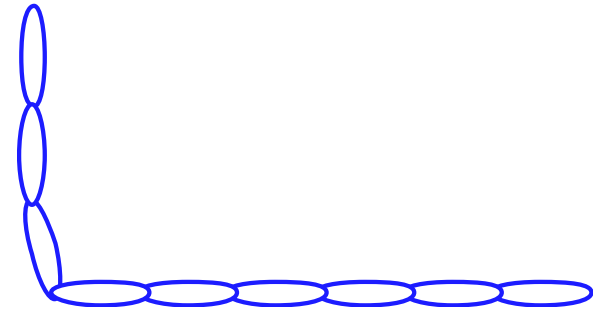
引き上げた部分の長さが x 、速度が v 、加速度が a となったとき

1. 引き上げた部分の質量 m を記述せよ。

2. この時の運動方程式を記述せよ。

3. 引き上げる力 F の大きさを求めよ。

4. 一定の速度 v で引き上げる場合の力の大きさを求めよ。



例題-21

一直線上での質点の衝突を考える。

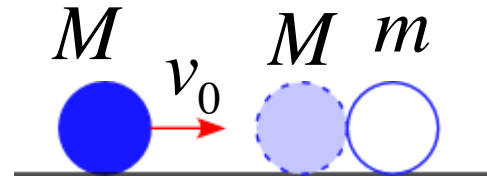
静止している質量 m の質点に、質量 M の質点が
速度 v_0 で衝突する。

但し、反発係数は

$$-e = \frac{\text{衝突後の相対速度}}{\text{衝突前の相対速度}}$$

となることを利用してよい。

以下の問に答えよ。



(1) 質点 M の衝突後の速度 v_1 を求めよ。

(2) 質点 m の衝突後の速度 v_2 を求めよ。

(3) 質点 M が衝突後に跳ね返るための M, m, e 関係式を
記述せよ。

(4) $M = m, e = 1$ のとき、どのような現象になるか記述せよ。

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。

途中式などは省略せず記述すること。

必要であれば重力加速度は g として用いよ。

1. 次の物理量の定義式、単位を記述せよ。

また、次元解析を行い次元を示せ。

但し、解答のみではなく計算途中も記述すること。

単位には MKS 単位系を用いること。

- | | |
|---------|-------------|
| (1) 速度 | (5) 運動エネルギー |
| (2) 加速度 | (6) 運動量 |
| (3) 力 | (7) 力積 |
| (4) 仕事 | |

2. x 軸に沿って運動する質点が $v = 7 + 2t$ に従って運動する。

この質点は $t = 0$ [s]における位置は 5 [m] である。

(1) $t = 0$ における質点の速度 $v(0)$ を求めよ。

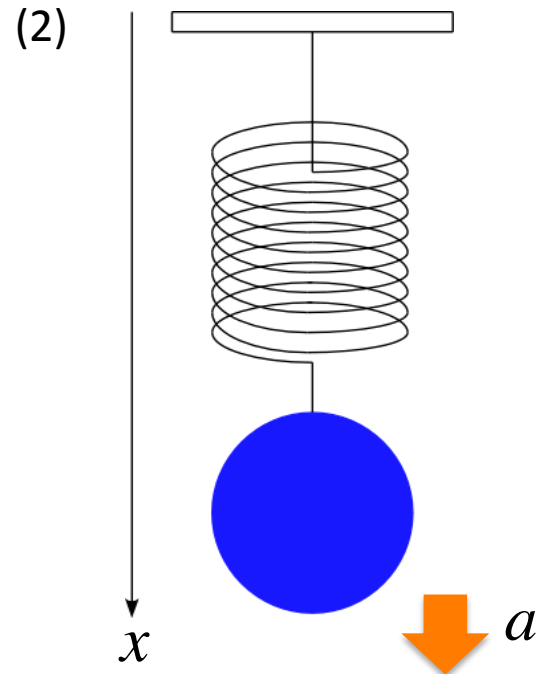
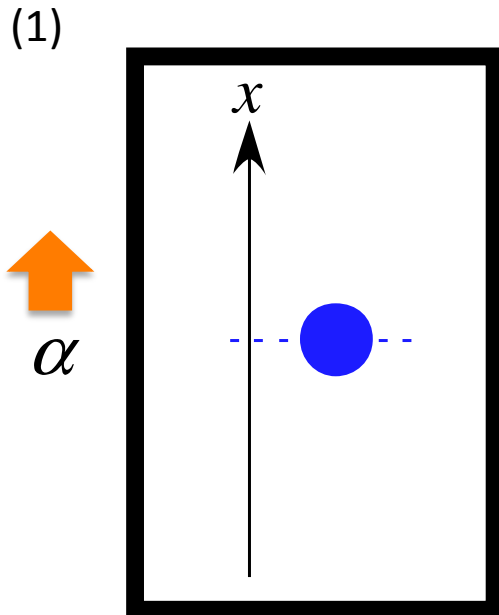
(2) 変位 $x(t)$ を t の関数として表せ。

3. 以下の運動について物体に作用する力を図に書き込み、
その運動の運動方程式を記述せよ。

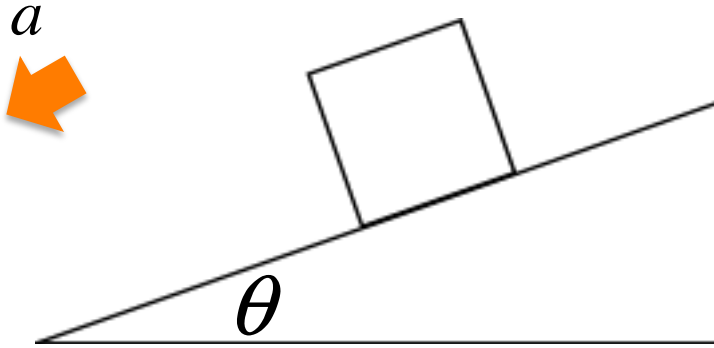
いずれの運動も物体の質量は m とし、地球上で行ったとする。

(1) 一定の加速度 α で上昇するエレベータ内で物体を
落下させる運動 (初速度無し)

(2) 物体をバネを吊るした状態での単振動運動
(バネ定数は k として用いよ)



4. 斜面との摩擦力 f がある運動について以下の問に答えよ。
(動摩擦力 $f = \mu_k N$ として用いよ)

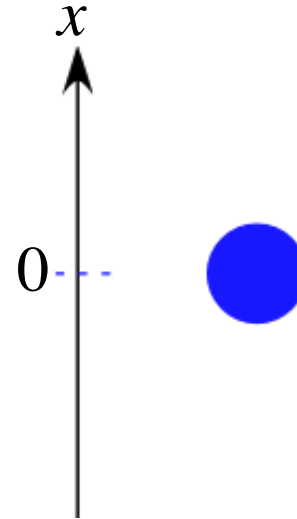


- (1) 物体に作用する力を書き込め。
- (2) この運動の運動方程式を記述せよ。
- (3) この運動は等加速度運動であることを示せ。

5. 質量 m の物体を自由落下させる。

以下の問いに答えよ。

初期条件は $t = 0$ で $x = 0$ とする。



(1) この物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) 運動方程式から速度 $v(t)$ を導け。

(4) 運動方程式から変位 $x(t)$ を導け。

(5) ある時刻 t での運動エネルギー $K(t)$ と位置エネルギー $U(t)$ を求め、その和 $E(t) = K(t) + U(t)$ が時間に寄らず一定であることを示せ。

(6) 運動エネルギー $K(t)$ 、位置エネルギー $U(t)$ 、全力学的エネルギー $E(t)$ をそれぞれ時間 t のグラフで表せ。

注) 解答は全て解答用紙に記述すること。

途中式などは省略せず記述をすること。

必修問題

1. 力学の基礎的な物理量について答えよ。

(1) 速度 v の定義式とその次元を記述せよ。

(2) 加速度 a の定義式とその次元を記述せよ。

(3) 力 F は $= F$ と表される。

その次元は である。

(4) (3)の式は運動方程式であり、この式を変形することにより
さまざまな物理量を導くことができる。

(3)の式の両辺に速度 v を掛け、整理すると

$$\frac{d}{dt} \left(\boxed{\text{①}} \right) = \frac{d}{dt} \left(\boxed{\text{②}} \right)$$

となる。

左辺の①の部分は運動エネルギーを右辺の②の部分は
仕事を表している。

(5) また、(3)の式を変形すると

$$\frac{d}{dt} \left(\boxed{\text{③}} \right) = F$$

と表される。

③の部分は運動量である。

③を p とおくと

$$\frac{d}{dt}(p) = F \qquad dp = Fdt$$

この左辺 Fdt が力積であり、その次元は $\boxed{\hspace{2cm}}$ である。

2. x 軸に沿って運動する質点が $v = 7 + 12t + 6t^2$ に従って運動する。この質点は $t = 0$ [s]における位置は 5 [m] である。

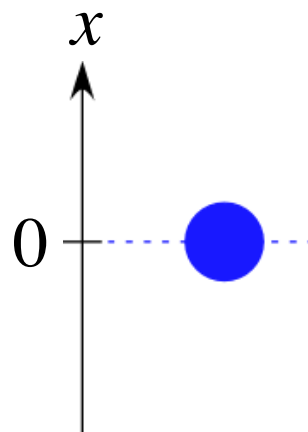
(1) $t = t_1$ における質点の加速度 $a(t_1)$ を求めよ。

(2) 変位 $x(t)$ を t の関数として表せ。

10. 質量 m の物体を自由落下させる。

以下の問に答えよ。

但し、重力加速度は g とする。



(1) 物体に作用する力を書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動において力学的エネルギーが保存していることを運動方程式から導け。

11. 滑らかな水平面上で、後方に単位時間あたり m_0 の物質を噴出しながら運動する物体がある。

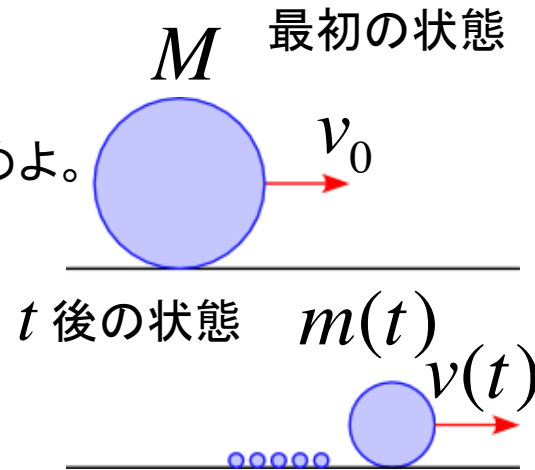
物体の初期質量を M 、初速度を v_0 とし、噴出物質の速度は常に 0 になるように噴出されるものとする。

以下の問に答えよ。

(1) 時間 t 後の質量 $m(t)$ を記述せよ。

(2) 時間 t 後の速度 $v(t)$ を求めよ。

(3) 時間 t 後の移動距離 $x(t)$ を求めよ。



12. 質量 m の物体を鉛直方向に初速度 v_0 で投げ上げる運動を考える。

初期条件は $t = 0$ で $x = 0$ とする。

(1) この運動の運動方程式を記述せよ。

(2) 運動方程式から速度 $v(t)$ を導け。

(3) 運動方程式から変位 $x(t)$ を導け。

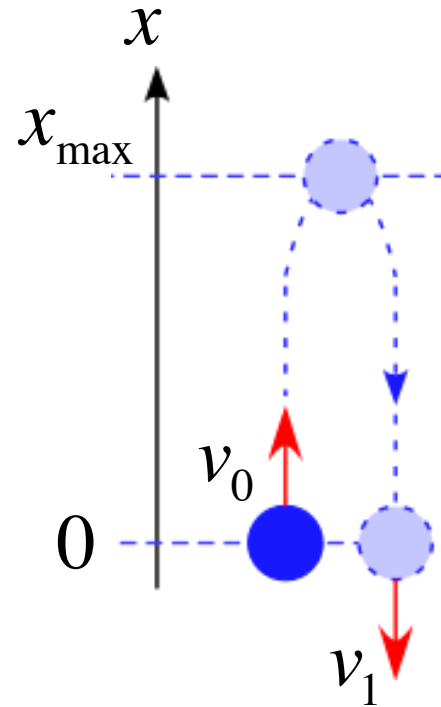
(4) 最高点に達する時刻 $t_{\max}$ を求めよ。

(5) 最高点の位置 $x_{\max}$ を求めよ。

(6) 再び戻ってきた時の速度 v_1 を求めよ。

(7) ある時刻 t での運動エネルギー $K(t)$ と位置エネルギー $U(t)$ を求め、その和 $E(t) = K(t) + U(t)$ が時間に寄らず一定であることを示せ。

(8) 運動エネルギー $K(t)$ 、位置エネルギー $U(t)$ 、全力学的エネルギー $E(t)$ をそれぞれ時間 t のグラフで表せ。



13. 摩擦がある斜面を質量 m の物体がすべり降りる運動の運動

を考える。以下の問に答えよ。

但し、動摩擦力は $f = \mu_k N$ として用いてよいとする。

(1) 物体に作用する力を図に書き込め。

(2) この運動の運動方程式を記述せよ。

(3) この運動の加速度 a を求め、この運動が等加速度運動であることを示せ。